Exercice 1

Choisir un nombre	10	**2. a.** -2	**b.** $\frac{1}{3}$	**3.a** x
Multiplier ce nombre par 5	$5\times10 = 50$	$-2 \times 5 = -10$	$\frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$	$5x$
Soustraire le carré du nombre choisi	$50-10^2 = -50$	$-10-(-2)^2= -10-4 = -14$	$\frac{5}{3}-\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{15}{9}-\frac{1}{9} = \frac{14}{9}$	$5x-x^2$
Multiplier par 3	$-50\times3 = -150$	$-14 \times 3 = -42$	$\frac{14}{9} \times 3 = \frac{14 \times 3}{3 \times 3} = \frac{14}{3}$	$3(5x-x^2)$
Ecrire le résultat	-150	-42	$\frac{14}{3}$	$15x-3x^2$

3. b. $15x-3x^2 = \mathbf{3x} \times 5 - \mathbf{3x} \times x = 3x\,(5-x)$

c. Si $A\times B = 0$ alors $A= 0$ ou $B = 0$

Donc, soit $3x = 0$ d'où $x = 0$

Soit $5-x = 0$ d'où $-x = -5$ c'est-à-dire $x = 5$

Pour que le résultat soit 0, il faut choisir 0 ou 5 comme nombre de départ.

Exercice 2

1. $126 = 7 \times 18$ et $81 = 7 \times 11 + 4$
Comme 81 n’est pas divisible par 7 on ne peut pas poster un agent tous les 7 mètres.

2. L’intervalle entre deux agents correspond au PGCD(126 ;81).

3. Pour le déterminer, on utilise l’algorithme d’Euclide.
$126 = 81 \times 1 + 45$
$81 = 45 \times 1 + 36$
$45 = 36 \times 1 + 9$
$36 = 9 \times 4 + 0$ Le PGCD est le dernier reste non nul donc PGCD(126 ;81) = 9

On pourra mettre un agent tous les 9 mètres.

4. $126 \div 9 = 14$ et $81 \div 9 = 9$ Il y aura 14 agents sur une longueur et 9 agents sur une largeur.
$2(14 + 9) = 2 \times 23 = 46$ En tout, il y aura besoin de 46 agents.

Exercice 3

1. Etendue : 91– 31 = 60

2. Pourcentage de fautes commises : $\frac{81+89}{887} \times 100 \approx 19{,}2\ \%$

3. M = $\frac{887}{16} \approx 55$ Le nombre moyen de fautes par équipe est 55.

4. Voilà les 16 valeurs de la série rangées par ordre croissant :

31 – 31 – 38 – 40 – 45 – 48 – 49 – 51 – 51 - 51 - 56 – 61 – 74 – 81 – 89 – 91

La médiane partage la série en deux parties d'égale importance c'est donc la demi-somme de la 8^{e} et de la 9^{e} valeur, c'est-à-dire 51.

5. $16 \div 4 = 4$ Q_1 est la 4ème valeur donc $Q_1 = 40$

$(16 \div 4) \times 3 = 4 \times 3 = 12$ Q_2 est la 12ème valeur donc $Q_1 = 61$

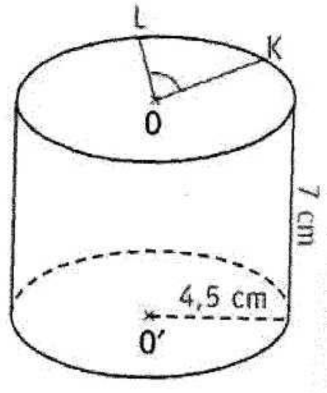
Exercice 4

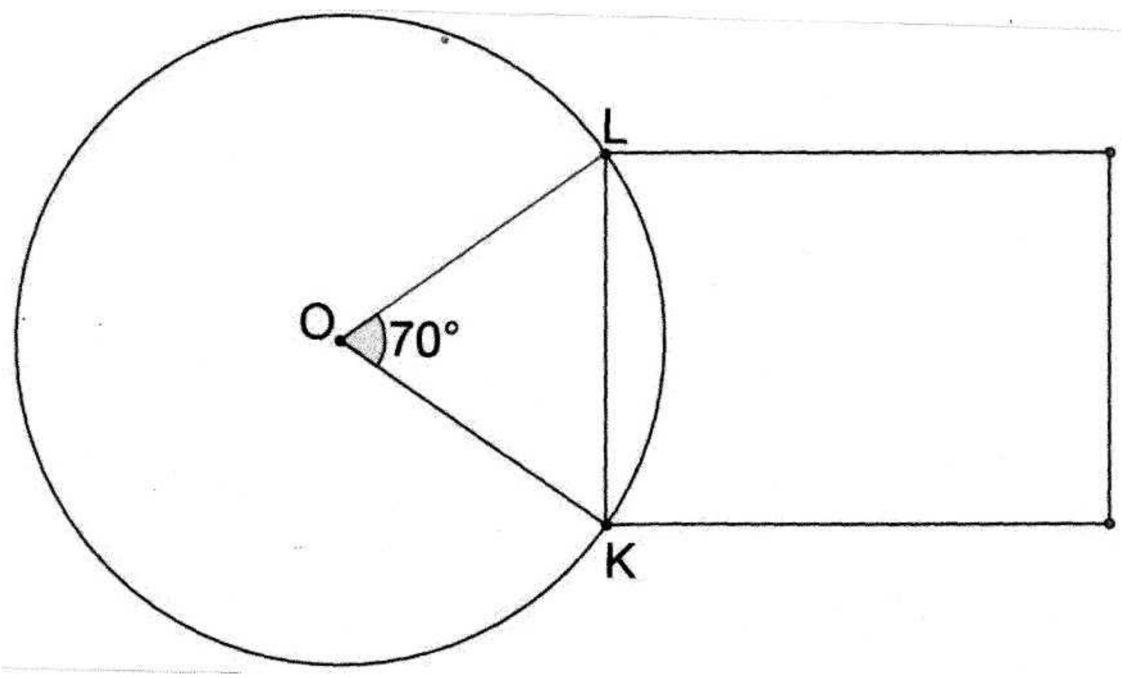
1. Les droites (IK)et (JL) sont sécantes en O.
$\frac{\mathrm{OI}}{\mathrm{OK}} = \frac{1,5}{2} = 0,75$ et $\frac{OJ}{OL} = \frac{1,65}{2,2} = 0,75$ on a bien $\frac{OI}{OK} = \frac{OJ}{OL}$
De plus, les points O, I et K sont alignés dans le même ordre que les points O, J et L.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (IJ) et (KL) sont parallèles.

2. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est AC.
On a d'une part, $25^2 = 625$ et d'autre part, $= 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$
On constate que $AC^2 = AB^2 + BC^2$
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B, ce qui implique que la pièce [AB] est perpendiculaire au balancier.

Exercice 5

1. La section d'un cylindre de rayon R par un plan parallèle à l'axe est un rectangle dont une dimension est la hauteur du cylindre.





Problème

PARTIE A

a) Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a

b) $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 3^2 + 4^2$

$BC^2 = 9 + 16$

$BC^2 = 25$ et BC positif

$BC = \sqrt{25}$

BC = 5 cm

c) Le quadrilatère APMQ a 3 angles droits donc c'est un rectangle.

d) Les droites (AP) et (MC) sont sécantes en B.

Les droites (PM) et (AQ) sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AB).

D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{BP}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{PM}{AC}$ c'est-à-dire $\frac{BP}{3} = \frac{BM}{5} = \frac{PM}{4}$

PARTIE B

a) BM = 2 D'après la double égalité précédente, on a : $\frac{BP}{3} = \frac{2}{5} = \frac{PM}{4}$

Calcul de BP : $\frac{BP}{3} = \frac{2}{5}$ donc $BP = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5} = 1{,}2$ **BP = 1,2 cm.**

Et $PM = \frac{2 \times 4}{5} = \frac{8}{5} = 1{,}6$ **PM = 1,6 cm**

b) AP = AB−BP car $P \in [AB]$ donc $\mathcal{A}(APMQ) = PM \times AP$

AP = 3−1,2 $= 1{,}6 \times 1{,}8$

AP = 1,8 cm $= 2{,}88$ cm²

PARTIE C

a) $\frac{BP}{3} = \frac{x}{5} = \frac{PM}{4}$ d'où $\frac{BP}{3} = \frac{x}{5}$ donc $BP = \frac{3 \times x}{5} = 0{,}6x$

Et $\frac{x}{5} = \frac{PM}{4}$ donc $PM = \frac{4 \times x}{5} = 0{,}8x$

b) $AP = AB - BP = 3 - 0{,}6x$

c) APMQ est un carré lorsque AP = PM

C'est-à-dire lorsque

$0{,}8x = 3 - 0{,}6x$

$0{,}8x + 0{,}6x = 3$

$1{,}4x = 3$

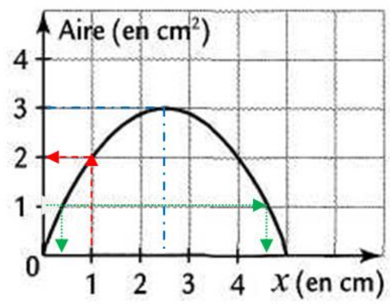
$x = \frac{3}{1{,}4} = \frac{30}{14} = \frac{15}{7}$

Pour $x = \frac{15}{7}$ APMQ est un carré.

d) $\mathcal{A}(APMQ) = PM \times AP$

$= 0{,}8x\,(3 - 0{,}6x)$

$= 2{,}4x - 0{,}48x^2$



e) 1. D'après le graphique, lorsque $x = 1$ cm, $\mathcal{A}(APMQ) \approx 2$ cm²

$\mathcal{A}(1) = 2{,}4 \times 1 - 0{,}48 \times 1 = 1{,}92$

On ne trouve pas la même valeur car la lecture graphique n'est pas très précise.

2. L'aire du rectangle APMQ est 1 cm² lorsque $x \approx 0{,}4$cm ou $x \approx 4{,}6$ cm.

3. L'aire du rectangle APMQ semble maximale à 3 cm² lorsque $x = 2{,}5$ cm.